9	**Übungen zur Mathematik für Naturwissenschaftler I (WS 07/08)**
	PD Dr. Uwe Riedel, Dr. W. Bessler

Aufgabe 1:

Berechnen Sie Summe, Differenz, Produkt und Quotienten der Zahlen z_1 und z_2.

a) $z_1 = 2 - 3i$, $z_2 = 1 + i$
b) $z_1 = 1 - 3i$, $z_2 = -i$

Veranschaulichen Sie die vier Grundrechenarten in der Gauß'schen Zahlenebene an Hand der Teilaufgabe a).

Aufgabe 2:

Berechnen Sie die Darstellung $z = a + ib$ der folgenden komplexen Ausdrücke:

a) $\sqrt{-1}$ b) $\sqrt{-8}$ c) $\sqrt{8}$ d) $\sqrt{-i} - i^{3/2}$
e) $(1+i)^3$ f) $\frac{1-i}{i^3-2i^2+2i+1}$ g) $3e^{\frac{i\pi}{2}}$ h) $2(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4})$

Berechnen Sie die Darstellungen $z = r(\cos\phi + i\sin\phi)$ und $z = re^{i\phi}$ der folgenden komplexen Ausdrücke:

i) $2 + 2i$ j) $(2+2i)^3$ k) $3e^{\frac{i\pi}{2}}$ l) $\sqrt{-9} + i\sin\frac{3\pi}{2}$

Hinweis: Kein Taschenrechner. Benutzen Sie für j) die Moivre-Formel.

Aufgabe 3:

Anwendung der komplexen Zahlen in der Beschreibung von elektrischen Schaltkreisen

Analog des Widerstandes für Gleichstromschaltungen definiert man für Wechelströme einen komplexen Widerstand, die sogenannte Impedanz $Z = a + ib$.
Für die Impedanz eines ohmschen Widerstandes R gilt: $Z_R = R$.
Für die Impedanz eines Kondensators der Kapazität C gilt: $Z_C = -i/(\omega C)$, mit ω als Kreisfrequenz des Wechselstroms.
Weiterhin gilt die Kirchhoffsche Regel für Parallelschaltungen: $1/Z_{parallel} = \sum(1/Z_{einzel})$
Berechnen Sie die Impedanz $Z_{parallel} = a + ib$ der Parallelschaltung eines Widerstandes R und eines Kondensators der Kapazität C.

Aufgabe 4:

Beweisen Sie unter Verwendung der Euler'schen Formeln und der Definitionsgleichungen der Hyperbelfunktionen (siehe Vorlesung) die folgenden Zusammenhänge der trigonometrischen Funktionen:

a) $(\sin x)^2 + (\cos x)^2 = 1$
b) $\sinh x = -i\sin(ix)$
c) $\cosh x = \cos(ix)$