8	**Übungen zur Mathematik für Naturwissenschaftler I (WS 07/08)**
	PD Dr. Uwe Riedel, Dr. W. Bessler

Aufgabe 1:

Welcher Zusammenhang besteht zwischen Folgen und Reihen? Was bedeutet Konvergenz bei einer Folge, was bei einer Reihe? Machen Sie sich durch Überlegung klar und zeigen Sie schlüssig, dass, falls eine Reihe $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ mit $a_n \geq 0$ (für alle $n \epsilon \mathbb{N}$) konvergiert, für den Grenzwert der Folge immer $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$ gelten muss.

Aufgabe 2:

Konvergieren die folgenden Reihen? Geben Sie jeweils das Kriterium an, mit dem Sie Konvergenz/Divergenz festgestellt haben.

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}$

b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{2^n}$ *Tipp*: $\lim_{n\to\infty}((n^2)^{1/n}) = 1$

c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2(n^3+5)}{3^n+1}$ *Tipp*: Vergleichen Sie mit der geometrischen Reihe.

d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^n}$

e) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{2^n}$

Aufgabe 3:

Für welche x aus $\mathbb{R}$ konvergieren die folgenden Reihen:

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n}}{(1+x^2)^{n-1}}$

b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$

Geben Sie jeweils das Kriterium an, mit dem Sie Konvergenz/Divergenz festgestellt haben.

Aufgabe 4:

Wie schnell ist eine Schnecke?

Die Forschungsgruppe um Prof. Dr. Schneckschreck will den Einfluss von Gummi auf die Fortbewegungsgeschwindigkeit von Schnecken untersuchen. Zu Versuchsbeginn werden zwei Schnecken eines Morgens jeweils auf den Anfang eines zunächst ein Meter langen Gummibandes gesetzt. Jeden Tag legen die (fast unsterblichen) Schnecken einen halben Meter zurück. Jeden Abend, wenn die Schnecken schlafen, dehnt Prof. Schneckschreck das Gummiband (auf dem Gummiband bewegt sich auch die Schnecke)

a) für die 1. Sorte immer um einen Meter

b) für die 2. Sorte immer auf doppelte Länge.

Bis zum nächsten Dehnvorgang kriechen die Schnecken wieder einen halben Meter weiter. Untersuchen Sie, ob Prof. Schneckschreck die Experimente nach a) und b) unendlich lange fortführen kann (und damit dauernd neue Forschungsgelder bekommen kann) oder nicht?

Tipp: Stellen Sie gegebenenfalls eine geeignete Reihe auf und untersuchen Sie ihr Konvergenzverhalten.