1 Übungen zur Mathematik für Naturwissenschaftler I (WS 07/08)

PD Dr. Uwe Riedel, Dr. W. Bessler

Aufgabe 1:

Auf der dritten Seite sind einige typische Funktionen, *die Sie sich einprägen sollten*, in graphischer Darstellung gegeben. Um welche Funktionen handelt es sich? Geben Sie die analytische Darstellung $y = f(x) = ...$ sowie Schnittpunkte der Funktionen mit der x- und y-Achsen an.

Aufgabe 2:

Die n-te Wurzel $\sqrt[n]{a} = b$ einer reellen Zahlen a ist Lösung der Gleichung $b^n = a$. Sie ist definiert als Abbildung von $a \geq 0$ auf den Wertebereich $b \geq 0$. Für den Fall, dass n ungerade ist, ist eine sinnvolle Definition auch für negative Zahlen a möglich (z.B. $\sqrt[3]{-27} = -3$).

Geben Sie die Werte x an, die folgende Gleichungen lösen.

a) $x^2 = 2$
b) $x^2 = -2$
c) $x^5 = -10$
d) $\sqrt{(-4)^2} = x$
e) $\sqrt[3]{(-4)^3} = x$
f) $0 = x^2 - 3x + \frac{5}{4}$
g) $0 = (3 - x)(4 + x)(7 * x)$

Für welche x lassen sich die folgenden Ausdrücke berechnen.

h) $\sqrt{-5x + b}$ mit $b \,\epsilon\, \mathbb{R}$
i) $\sqrt{2x^2 - 3}$

Aufgabe 3:

Die Funktion $f : M \mapsto M^*$ bildet die Elemente der Menge M auf die Menge M^* ab. Man spricht von einer bijektiven (eineindeutigen) Funktion, wenn durch f jedem Element von M genau ein Element von M^* und jedem Element von M^* genau ein Element von M zugeordnet ist. Bijektivität ist die Voraussetzung für die Umkehrbarkeit einer Funktion.

Gegeben seien die folgenden Funktionen in expliziter Form:

a) $y = 2x + 1$
b) $y = x^5$
c) $y = 3x^2 - 18$
d) $y = x^{-1}$

Geben Sie den Definitions- und Wertebereich sowie die implizite Form der Funktionen an. Geben Sie die Umkehrfunktion $x = f^{-1}(y)$ an. Für den Fall, dass die Funktion auf ihrem Definitionsbereich M nicht umkehrbar ist, zerlegen Sie den Definitionsbereich geeignet, so dass die Funktion auf den Teilbereichen umkehrbar ist. Geben Sie die Umkehrfunktion für jeden Teilbereich an.

Skizzieren Sie Funktion $y = f(x)$ und Umkehrfunktion $y = f^{-1}(x)$ (ungefähre Darstellung mit Angabe der relevanten Schnitt/Extrempunkte, Millimeterpapier ist nicht notwendig).

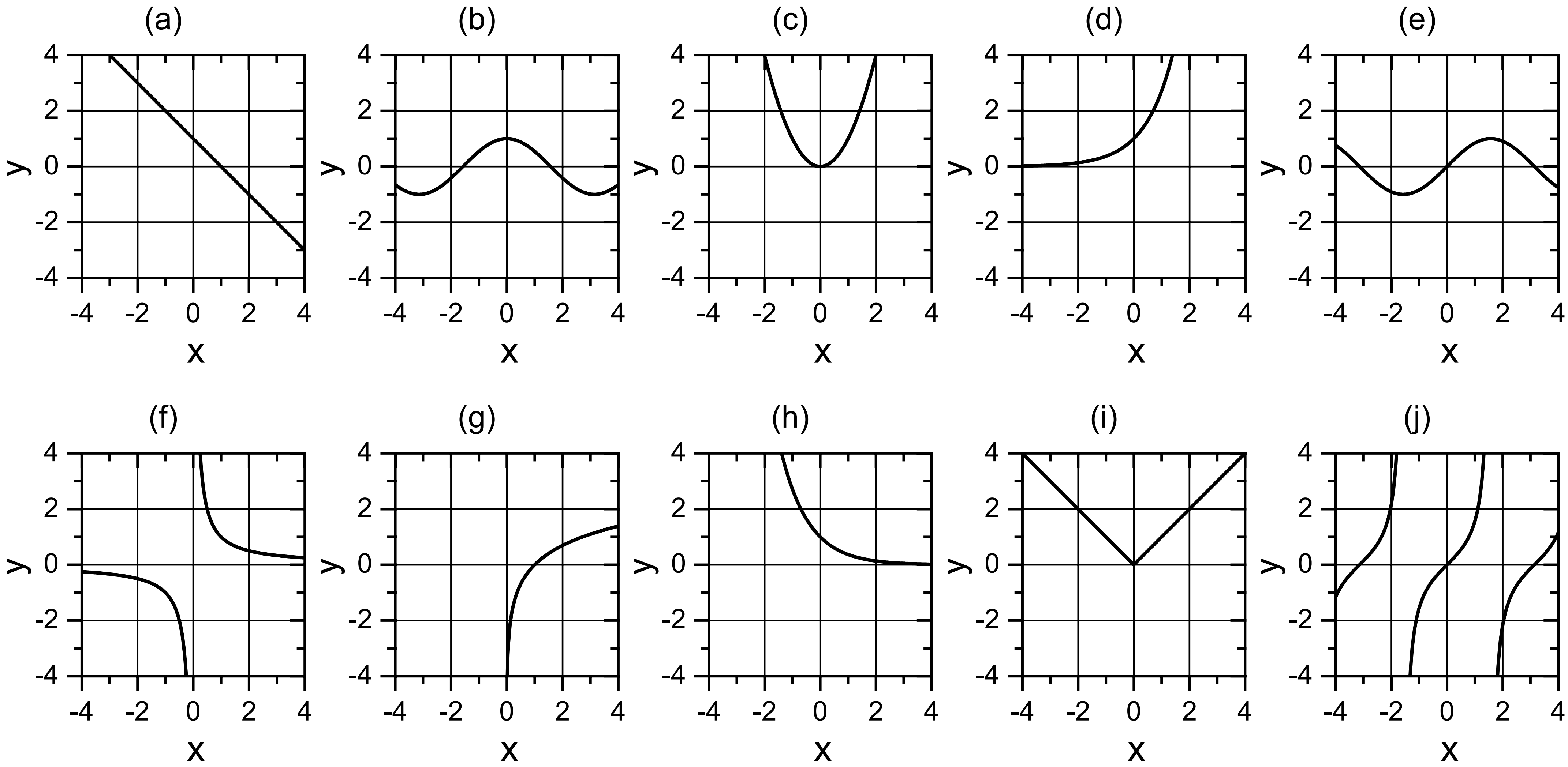
Aufgabe 4:

Geben Sie je ein Beispiel (analytische Darstellung $y = f(x) = ...$ und graphische Skizze) für eine Funktion an,

a) die monoton (jedoch nicht streng monoton) fallend ist,
b) die streng monoton wachsend ist,
c) die punktsymmetrisch zum Koordinatenursprung (0,0) ist,
d) die periodisch mit der Periode 2 ist,
e) die genau zwei Nullstellen hat,
f) die unendlich viele Nullstellen hat,
g) die punktsymmetrisch zum Koordinationursprung ist und keine Nullstellen hat,
h) die Bedingung a) und c) erfüllt,
i) die Bedingung b) und g) erfüllt,
j) die vier der Bedingungen a) bis g) erfüllt.

Beim Abgeben der Lösungsblätter beachten Sie bitte:

- Das erste Blatt deutlich mit Gruppennummer, Name und Übungsblattnummer zu kennzeichnen.
- Mehrere Blätter sind zusammenzuheften!



(a)
(b)
(c)
(d)
(e)
(f)
(g)
(h)
(i)
(j)
y
x