Universität Heidelberg
Institut für Angewandte Mathematik
PD Dr. Malte Braack
INF 293 (URZ), Zi. 217, Tel.: 06221 / 54-5448
malte.braack@iwr.uni-heidelberg.de

---

5. Übung zur Mathematik für Biologen 1 (WS 2005/06)

Aufgabe 5.1: (6 Punkte)
Berechnen Sie die absoluten und relativen Wachstumsraten $N'(t)$, $N'(t)/N(t)$ der folgenden Wachstumsgesetze $(a, k > 0)$:

(i) Logistisches Gesetz:

$$N(t) \quad = \quad N_0 \frac{1+a}{1+a\,\exp(-kt)}$$

(ii) Gompertz Wachstum:

$$N(t) \quad = \quad N_0 \exp(-a\,\exp(-kt))$$

(iii) von-Bertalanffy Wachstum:

$$N(t) \quad = \quad N_0(1-a\,\exp(-kt))$$

Aufgabe 5.2: (6 Punkte)
Man beweise die Korrektheit folgender Aussagen:
(a) Jedes Polynom der Gestalt $p(x) = x^n - \alpha$ mit $\alpha \geq 0$ hat mindestens eine reelle Nullstelle.
(b) Eine stetige Funktion $f : [a, b] \to [a, b]$, mit $a < b$, hat mindestens einen sogenannten Fixpunkt, d.h. es existiert ein $x \in [a, b]$ mit $f(x) = x$.

Aufgabe 5.3: (4 Punkte)
In der Regel sind chemischen Reaktionen abhängig von der jeweiligen Temperatur T. Die Reaktionsgeschwindigkeit $k(T)$ wird dabei häufig durch das Arrhenius Gesetz beschrieben:

$$k(T) \quad = \quad AT^\beta \exp\left(\frac{-E}{RT}\right)$$

wobei R die universelle Gaskonstante ist, und A, β, E reaktions-abhängige Konstanten sind.

(i) Berechnen Sie die Ableitung $k'(T)$.

(ii) Die Reaktionsgeschwindigkeit der Rückreaktion sei $k_{back}(T)$. Diese verhält sich zu $k(T)$ wie die sogenannte "Gleichgewichtskonstante":

$$k_{equi}(T) \quad = \quad \frac{k(T)}{k_{back}(T)} = A_e T^{\beta_e} \exp\left(\frac{-g(T)}{RT}\right) \qquad (A_e, \beta_e \text{ Konstanten})$$

Unter welchen Voraussetzungen an die Gibbs-Funktion $g(T)$ läßt sich auch die Reaktionsgeschwindigkeit $k_{back}(T)$ durch ein Arrhenius Gesetz beschreiben (mit ggf. anderen Konstanten) ?

Abgabe: Di., den 29. November 2005, <u>vor</u> der Vorlesung.