Aufgabe 1

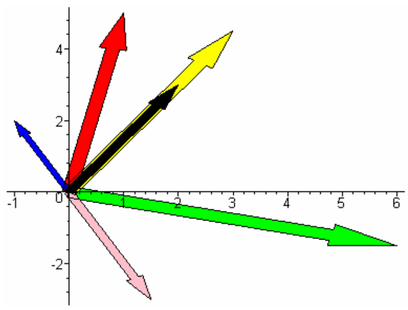
Hier muss es in der Musterlösung bei (i) natürlich „$= 2\sqrt{2}$“ heissen!

Aufgabe 2

Dass $\int \frac{1}{x^2} dx$ in den gegebenen Grenzen existiert (und 1 ist), darf man einfach annehmen. Das zu zeigen wäre ja auch nicht schwer.

Aufgabe 3

Im Bild unten sind folgende Vektoren eingezeichnet:
Schwarz - $\mathbf{v}$, Gelb - $\lambda\mathbf{v}$, Blau - $\mathbf{w}$, Lila - $-\lambda\mathbf{w}$, Rot - $\mathbf{v}+\mathbf{w}$ und Grün - $\lambda\mathbf{v} - 2\lambda\mathbf{w}$.



Aufgabe 4

Siehe Lösungsvorschläge.

Aufgabe 5

Hier hat man zwei eigentlich widersprüchliche Eigenschaften. Denn linear abhängig impliziert, dass der eine Vektor ein Vielfaches des anderen ist, bsp. $w = \lambda v,\ \lambda \in \mathbb{R}$, wohingegen Orthogonalität heisst, dass gilt $v \cdot w = 0$.

Setzt man die erste Gleichung in die zweite ein, hat man schon ein Ergebnis:

$v \cdot (\lambda v) = 0$ erfordert entweder $\lambda = 0$ oder $v = 0$, denn alle Vektoren außer dem Nullvektor stehen nicht senkrecht aufeinander, sie sind ja mit $\lambda = 1$ linear abhängig.

Zwei Bemerkungen:

(i) Lineare Abhängigkeit kann auf viele Arten ausgedrückt werden. Dass wir die obige verwendeten, hat praktische Gründe. Auch alle anderen führen früher oder (hier: immer...) später zum Ziel.

(ii) Der Nullvektor hat einen Haufen Eigenschaften. Dass er auch widersprüchliche trägt, sollte nicht verunsichern, denn erinnern wir uns an unsere Konstanten Funktionen. Die waren auch monoton fallend wie aber auch monoton steigend, was scheinbar auch nicht gehen sollte.