Aufgabe 1

Naja, das ist eine Anwendungsaufgabe bei der die Theorie woanders geklärt wurde. Die Lösungsvorschläge sollten reichen.

Aufgabe 2

(i) Hier taucht ein wichtiger Begriff auf: *Gleichgewichtspunkt* oder auch *Fixpunkt* genannt.

Mathematisch und in knappster Form $f(x_{fix}) = x_{fix}$. Auf Deutsch: Was man in die Funktion reinwirft kommt genau wieder heraus. Bei rekursiven Folgen, welche ja als eine besondere Art von Funktion aufgefasst werden können, ist das eine wichtige Eigenschaft; ist einmal ein a_n ein Fixpunkt, dann sind auch alle weiteren Folgeglieder vom Wert a_n.

(ii) Wir interessieren uns ja nur für positive Populationen! Also muss in unserem Modell alles durchgenullt werden, was negativ wird. Die Population ist dann sowieso ausgestorben, auch wenn mathematisch negative Wesen herauskämen. Und: Natürlich muss 0 ein Fixpunkt sein, denn ist erst einmal alles weg, dann sollte nicht aus dem Nichts heraus Neues entstehen. Das letzteres gilt, sieht man am Folgenterm.

Wenn man im Text *Der Funktionsbegriff* nachschaut, findet man die sogenannte *Heaviside-Funktion*. Diese leicht abgeändert hilft uns weiter; wir setzen auch bei der 0 die Funktion auf 0 und nicht auf 0.5! Dann müssen wir nur noch die Bedingung neu festlegen. Wie auf der Lösungsskizze ausgeführt, ersetzt man $x > 0$ mit $a_n \leq (1 + g - s)/b$ und das neue $x \leq 0$ mit *sonst*, ein nützlicher Begriff! Dann multipliziert man diese Funktion mit der Folge und das war's.

Solche *Auswahlfunktionen (Indikatorfunktionen)* sind sehr nützlich, will man etwas durchnullen, also sich nur bestimmte Fälle aus einer großen Masse picken.

Aufgabe 3

Zuerst einmal sollte man sich den Konvergenzbegriff klar machen und auch den der Reihe. Anschließend muss man nur das geeignete Konvegenzkriterium finden, notfalls mittels Probieren!

(i) ist zwar bekannt, schreit aber nach dem Wurzelkriterium, denn es steht eine n-te Potenzen in der Folgen.

(ii) hat ein alternierendes Vorzeichen. Also lässt man Leibnitz los.

(iii) Hier verwendet man das Minoranten-Kriterium mit der Minorante $a_n = 1/n$. Wie man darauf kommt? Oben steht ein linearer Term und unten ein quadratischer. Also ähnelt die Folge unserer Standardfolge $a_n = 1/n$. Ist sie größer, sind wir fertig (und so ist es hier). Anderernfalls müssen wir uns etwas anderes einfallen lassen...

Aufgabe 4

Hier ist der Lösungsvorschlag sicher wieder ausreichend. Allerdings denkt wieder daran; der Begriff *Konvergenz* sollte klar sein.

(ii) sollte an die Schule erinnern mit der (wie Ihr jetzt wisst, nicht so schönen) Definition der Ableitung als Tangentensteigung $f'(x) = \frac{(x+h)^2-x^2}{h}$. Offensichtlich ist (ii) gerade die Hälfte von diesem Ausdruck.