①

Aufgabe 1

a) $n=6$ verschiedene Kugeln

$k=3$ Stichprobe

(1) k-te Kombination mit Anordnung

Anzahl möglicher Kombinationen: $N_{mA} = n(n-1) \cdot \ldots \cdot (n-k+1)$

$N_{mA} = 6 \cdot 5 \cdot 4 = 120$

(2) k-te Kombination ohne Anordnung

Anzahl möglicher Kombinationen: $N_{oA} = \frac{N_{mA}}{k!}$

$= \frac{120}{3 \cdot 2} = 20$

Um mit Sicherheit ein doppeltes Versuchsergebnis zu erhalten, müssen

1) $N_{mA} + 1 = \underline{\underline{121}}$ bzw.

2) $N_{oA} + 1 = \underline{\underline{21}}$

Versuche durchgeführt werden.

b) $n=6$, $k=6$

(1) $N_{mA} = n! = \underline{\underline{720}}$ (Anzahl der Permutationen)

(2) $N_{oA} = \frac{n!}{n!} = \underline{\underline{1}}$

Aufgabe 2

Binomischer Lehrsatz:

$$(a+b)^n = a^n + \binom{n}{1} a^{n-1} b + \dots + \binom{n}{n-1} a\, b^{n-1} + b^n$$

a) $a = 1000$
$b = 4$

$$(a+b)^2 = 1000^2 + \binom{2}{1} 1000 \cdot 4 + 4^2$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{1004^2 = 1\,008\,016}}$$

b) $a = 100$
$b = 5$

$$(a+b)^3 = 100^3 + \underbrace{\binom{3}{1}}_{3} 5 \cdot 100^2 + \underbrace{\binom{3}{2}}_{3} 25 \cdot 100 + 125$$

$$= 1\,000\,000 + 150\,000 + 7500 + 125$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{105^3 = 1\,157\,625}}$$

c) $(a+ib)^3 = a^3 + 3a^2 ib + 3a(ib)^2 + (ib)^3$

$$= a^3 - 3ab^2 + (3a^2b - b^3)\, i$$

$$\Rightarrow \mathrm{Re}\left[(a+ib)^3\right] = a^3 - 3ab^2$$

$$\underline{\underline{\mathrm{Im}\left[(a+ib)^3\right] = 3a^2b - b^3}}$$

Aufgabe 3

$$\binom{n}{k} := \frac{n!}{k!\,(n-k)!}$$

a)

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!\,(n-k)!} = \frac{n!}{(n-(n-k))!\,(n-k)!} = \binom{n}{n-k}$$

b)

$$\binom{n}{k-1} + \binom{n}{k} = \frac{n!}{(k-1)!\,(n+1-k)!} + \frac{n!}{k!\,(n-k)!}$$

$$= \frac{n!\,k}{k!\,(n+1-k)!} + \frac{n!\,(n+1-k)!}{k!\,(n+1-k)!}$$

$$= \frac{n!\,(n+1)}{k!\,(n+1-k)!}$$

$$= \binom{n+1}{k}$$

w.z.b.w

c) Pascalsche Dreieck:

$$\begin{array}{ccccccccc}
 & & & & 1 & & & & \\
 & & & 1 & & 1 & & & \\
 & & 1 & & 2 & & 1 & & \\
 & 1 & & 3 & & 3 & & 1 & \\
1 & & 4 & & 6 & & 4 & & 1
\end{array}$$

b) $\downarrow\Sigma$

Symmetrie a)

a) bewirkt Symmetrie der Einträge

b) Ein Element des Dreiecks ist Summe der beiden darüber liegenden Elemente.

Aufgabe 4

$p(A)$ Wahrscheinlichkeit für A:

$$p(A) = \frac{g}{m} = \frac{\text{günstige Ereignisse}}{\text{mögliche Ereignisse}}$$

a) $g = 3 \ , \quad m = 6$

$\Rightarrow \underline{\underline{p(w < 4) = \frac{1}{2}}}$

b) · Wahrscheinlichkeit eine zwei zu würfeln mit einem Würfel

$g = 1 \ , \quad m = 6$

$p(W=2) = \frac{1}{6}$

· würfeln mit zwei Würfeln:

unabhängiges Würfeln $\Rightarrow$ Gesamtwahrscheinlichkeit ist Produkt der Einzelwahrscheinl.

$\Rightarrow p(W_1=2, W_2=2) = p(W_1=2) \cdot p(W_2=2) = \underline{\underline{\frac{1}{36}}}$

c) Eine Summe von 8 erhält man bei folgenden Kombinationen der Würfelergebnisse (w_1, w_2)

$(2,6), (3,5), (4,4), (5,3), (6,2)$

analog b) hat jede Kombination die Wahrscheinlichkeit

$p(w_1, w_2) = \frac{1}{36}$

$\Rightarrow \underline{\underline{p(w_1+w_2=8) = 5 \cdot \frac{1}{36}}}$ (Summe der Einzelwahrscheinlichkeiten)

d) $P(w \leq 2) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

$P(w_1 \leq 2, w_2 \leq 2, w_3 \leq 2) = \left(\frac{1}{3}\right)^3 = \underline{\underline{\frac{1}{27}}}$