3	**Übungen zur Mathematik für Naturwissenschaftler II (SS 07)** Prof. J. Warnatz, Dr. W. Bessler

Aufgabe 1:

a) Zeigen Sie, dass die Menge der reeller Zahlen $\mathbb{R}$ mit der gewöhnlichen Addition als Verknüpfung die Struktur einer Abelschen Gruppe hat.
Hinweis: Überprüfen Sie alle Gruppenaxiome!

b) Zeigen Sie, dass es in einer Gruppe genau ein neutrales Element e gibt.
Hinweis: Nehmen Sie die Existenz eines zweiten neutralen Elements $\hat{e}$ an und zeigen Sie mit Hilfe der Gruppenaxiome die Gleichheit zum ersten neutralen Element.

Aufgabe 2:

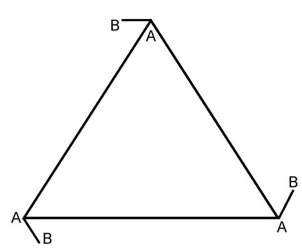
Die Elemente a, b, c, d, e einer Menge M sind gemäß der folgenden Tabelle miteinander verknüpft:

$$\begin{array}{c|ccccc} & a & b & c & d & e \\ \hline a & a & b & c & d & e \\ b & b & d & a & e & c \\ c & c & e & d & a & b \\ d & d & c & e & b & a \\ e & e & a & b & c & d \end{array} \quad . \tag{1}$$

Besitzt die Menge M bezüglich der durch die Tabelle definierten Verknüpfung die Struktur einer Gruppe? Begründen Sie Ihre Entscheidung!

Aufgabe 3:

Ein Molekül möge den unten gezeigten schematischen Aufbau besitzen. Dabei nehemn die Atome A die Ecken eines gleichseitigen Dreiecks ein. Die Atome A und B liegen alle in einer Ebene. Bestimmen Sie Symmetrieelemente und zugehörige Gruppentafel des Moleküls (Objekt wird im 2-dimensionalen Raum betrachtet):



Aufgabe 4:

Eine n-stellige Permutation ist eine Vertauschung der Reihenfolge von n Elementen. Alle n-stelligen Permutationen bilden die Symmetrische Gruppe S_n mit n! Elementen. Zeigen Sie für die Gruppe der 3-stelligen Permutationen, dass diese die Drehgruppe und Spiegelgruppe des 3-Ecks als Untergruppen hat. Besitzt die Gruppe der Permutationen Elemente darüber hinaus?

Schreibweise für 3-stellige Permutationen (a,b,c):
(a,b,c) ist die Abbildung 1, 2, 3 $\longrightarrow$ a, b, c, wobei a, b, c eine beliebige Kombination von 1, 2 und 3 ist.