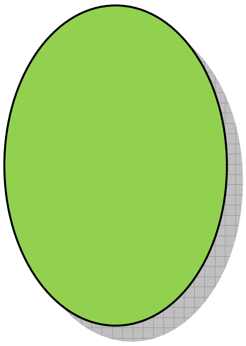
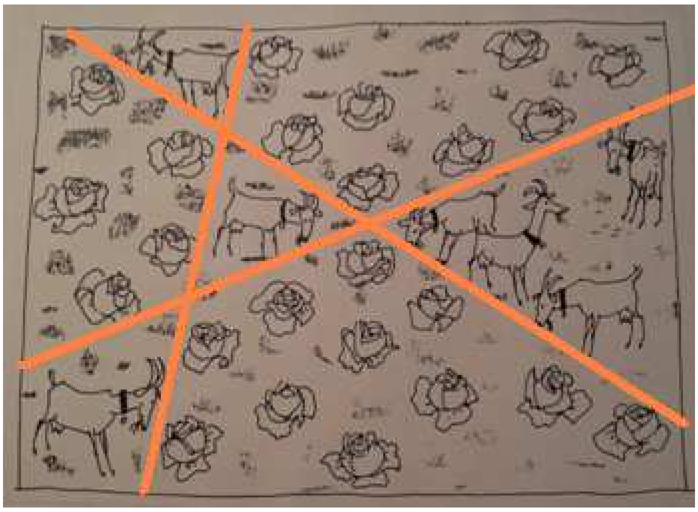
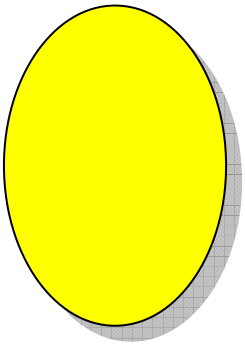
Knack das E.I. des Januars!



So trennst du mit drei geraden Linien die Ziegen vom Kopfsalat:





Zwei Spieler legen abwechselnd 1, 2 oder 3 Hölzchen. Dabei darf ein Spieler jeden Zug neu entscheiden, wie viele Hölzchen er legt. Wer zuerst das 20. Hölzchen legen kann, ist der Sieger.

Der Spieler, der anfängt kann 1-3 Hölzchen legen. Der zweite Spieler ergänzt mit 3-1 Hölzchen auf genau 4 Hölzchen. Das wiederholt sich in den nächsten Schritten auf 8, 12, 16 und dann auf 20. Spieler 2 gewinnt!

Für den zweiten Spieler ist nur die Zahl 4 zwingend erreichbar. Die 20 wird (aus Sicht von Spieler 2 glücklicherweise) von der 4 ohne Rest geteilt und so ist sie in 5 Zügen erreicht. Wäre die Zielzahl bspw. 22, dann würde der erste Spieler einfach 2 Hölzchen legen und wieder wäre die Distanz mit 20 ohne Rest durch 4 teilbar. Nur jetzt gewinnt der erste Spieler… Oder angenommen, die Zielzahl wäre noch 20, aber es sind 1-5 Hölzchen zu legen. Dann legt der erste Spiele am Anfang 2 Hölzchen und ergänzt danach immer auf ganze 6er (also auf die Gesamtzahl 2+6=8, danach 8+6=14 und im Gewinnzug auf 14+6=20).

Bei Spielen dieser Art kommt es immer auf den Rest an, den die Zielzahl gegenüber der zwingend erreichbaren Zahl je Spielzug an.

Erfinde ein eigenes Spiel dieser Art, bei dem du gewinnst!

Auf wie viele Nullen endet die Zahl *2012!* ?

Auf 501 Nuller!

Die Lösung vollzieht man wohl am besten in mehreren logischen Schritten nach. Zuerst hat man keinen Plan. Danach kann man sich überlegen, was eigentlich „auf Null enden“ für eine Zahl bedeutet.

Es bedeutet, dass sie durch 10 teilbar ist. Wann ist aber eine Zahl durch 10 teilbar? Wenn sie durch 2 <u>und</u> durch 5 teilbar ist. Ein Beispiel: 100 ist durch 2 und durch 5 teilbar und damit auch durch 10. Daher gibt es eine 0 hinten. Die zweite Null kommt daher, dass 100 eigentlich zweimal durch 2 und zweimal durch 5 teilbar ist! Denn $100 = 2\cdot 2\cdot 5\cdot 5$ und damit endet 100 auf genau 2 Nullen.

Nimmt man die Zahl 50, dann ist sie zweimal durch 5 teilbar, aber nur einmal durch die 2. Es kann nur eine 0 „produziert“ werden.

Was ist mit *2012!* **? Das Produkt aus den ersten 2012 Zahlen enthält wie viele durch 2 teilbare Zahlen? Und wie viele durch 5 teilbare? Da jede zweite Zahl gerade ist, ist jede zweite Zahl durch 2 teilbar und man hat (mindestens, s.u.) 1006 Zweier! Hätte man nun 1006 Zahlen, die durch 5 teilbar sind, wären es also 1006 Nullen. Allerdings sind es deutlich weniger 5er:**

Nur jede 5. Zahl ist durch 5 teilbar. Das sind bei 2012 genau 402 (2010 ist die letzte solche Zahl).

Endet also *2012!* **auf 402 Nullen? Nein – es sind ein paar mehr. Denn manche Zahlen sind zweimal durch 5 teilbar. 25 ist die erste und dann sind es alle Vielfachen von 25, also 50, 75, 100, 125, … Insgesamt ist jede 25. Zahl zweimal durch 5 teilbar. Das sind bei den 2012 Zahlen immerhin 80 (2000 ist die letzte durch 25 teilbare Zahl).**

Da wir die Vielfachen von 25 schon einmal gezählt haben als Zahlen, die man durch 5 teilen kann, addieren wir nur 80 zu unseren 402 hinzu und kommen auf 482. Sind wir jetzt fertig?

Nein! Denn es gibt Zahlen, die sogar dreimal durch 5 teilbar sind. Die erste solche Zahl ist 125. Die haben wir zwar schon als einmal bzw. als zweimal durch 5 teilbare Zahl gezählt, aber sie ist sogar dreimal durch 5 teilbar. Auch ihre Vielfachen, also 250, 375, … sind dreimal durch 5 teilbar. Insgesamt ist jede 125. Zahl durch 125 teilbar, was bei unseren 2012 Zahlen immerhin 16 sind (die letzte ist 2000). Also sind wir bei 498 Nullen angelangt. Aber auch jetzt ist es nicht ganz korrekt.

Denn die Zahl 625 ist sogar viermal durch 5 teilbar! Und auch ihre Vielfachen 1250 und 1875 sind es. Die erste Zahl, die fünfmal durch 5 teilbar ist, ist 3125 und taucht nicht in unserem Produkt auf. Also sind es 501 Nullen!