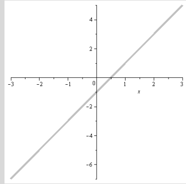
EI 10c M

2009-10

MATHEMATIK

Übersicht Gerade



Wir haben uns nur kurz mit Gerade beschäftigt. Wir werden diese aber vertiefen, wenn wir uns den sogenannten linearen Funktionen zuwenden.

STATION 1*:
Wir kennen für eine Gerade diese allgemeine Geradengleichung:

$$\boldsymbol{y = m \cdot x + c}$$

Dabei ist **m** die Steigung der Geraden und **c** der y-Achsenabschnitt. Sind zwei (verschiedene) Punkte gegeben, dann gibt es nur noch eine Gerade, die durch beide Punkte geht. Man kann mit zwei Punktproben **m** und **c** bestimmen (oder den GTR verwenden).

ÜBUNG*:
Stelle die Geradengleichungen der Geraden auf, die durch die folgenden Punktpaare gehen:

i) $P_1(0|0)$, $P_2(1|2)$ ii) $Q_1(0|0)$, $Q_2(1|2)$ iii) $R_1(-1|5)$, $R_2(2|2)$

ÜBUNG:**
Stelle die Geradengleichungen der Geraden auf, die wie folgt bestimmt sind:

i) $P_1(1|2)$ und **m**=2 ii) $Q_1(1|2)$ und **c**=2 iii) $R_1(-1|5)$ und m+c=2

STATION 2:**
Wir haben noch über Schnittwinkel gesprochen. Der Schnittwinkel einer Geraden mit Steigung **m** ist bestimmt über

$$\tan(\beta)=m$$

gegeben. Dabei ist tan der **Tangens** und β eben der **Schnittwinkel** der Geraden zur x-Achse. Mach dir das anschaulich klar!

ÜBUNG*:
Bestimme den Schnittwinkel der Geraden aus der vorangegangen Übung mit der x-Achse!

STATION 3:**
Den Schnittwinkel zweier Geraden können wir über den Umweg von Station 2 einfach bestimmen: erst bestimmen wir die beiden Schnittwinkel der Geraden relativ zur x-Achse und danach verrechnen wir diese zu einem Gesamtwinkel.

BEISPIEL*:
Gegeben sind die Geraden

$$g:\ y = 3x+1 \quad \text{und} \quad h:\ y = 2x+2$$

Die Schnittwinkel zur x-Achse sind dann

$$\beta_1 \approx 71° \quad \text{und} \quad \beta_2 \approx 63°$$

Da beide Geraden eine positive Steigung haben, ist die Differenz der beiden Winkel, also etwa 7°, der Schnittwinkel! Verifiziere mit dem GTR! *Bemerkung: hier lohnt es sich, noch einmal das Bogenmaß zu wiederholen, indem man die Winkel ins Bogenmaß umwandelt und umgekehrt!*

ÜBUNG*:

Wähle dir zwei Geraden aus den obigen Übungen aus und bestimme deren relativen Schnittwinkel!

STATION 4:**

Manchmal muss man die Senkrechte auf einer Geraden durch einen bestimmten Punkt bilden. Hat die Ausgangsgerade die Steigung **m**, so ist die Steigung der senkrechten Geraden, der **Normalen**, immer **-1/m**. Man kann sich dies so merken:

Ist das Produkt der Steigungen zweier Geraden -1, so stehen sie senkrecht zueinander.

ÜBUNG* (FREIWILLIGER ZUSATZ!):**

Wer möchte, kann sich diesen Merksatz geometrisch herleiten. Ansonsten ist es praktisch, ihn zu kennen.

ÜBUNG:**

i) Baue eine Normale zur Winkelhalbierenden!
ii) Stelle eine Normale zur Geraden g: y = 2x+2 auf.
iii) Stelle die Normale zur Geraden g: y = 2x+2 auf, die durch den Punkt P(1|4) geht.
iv) Stelle die Normale zur Geraden g: y = 2x+2 auf, die durch den Punkt Q(2|4) geht.

Dabei muss man in (iii) und (iv) wieder an Station 1 denken; denn hier ist sofort die Steigung gegeben und ein weiterer Punkt!

Überprüfe deine Ergebnisse anschließend mit dem GTR!

STATION 5:**

Man kann natürlich auch Geraden wie die Parabeln verschieben. Nur ist es hier viel einfacher: Wenn wir eine Gerade nach oben oder nach unten verschieben wollen, dann müssen wir nur den y-Achsenabschnitt **c** geeignet verändern. Auch in x-Richtung ist es nicht schwer: Gehen wir von der Winkelhalbierenden y = x aus:

y = x wird um drei nach oben verschoben: **y = x + 3**.

Danach soll **y = x + 3** doppelt so steil werden und wir verändern **m**: **y = 2x + 3**.

Jetzt wollen wir die Gerade um drei nach rechts verschieben: **y = 2(x-3) + 3**.

Es ist wie bei den Parabeln; das **x** wird (hier) durch **(x-3)** ersetzt! Zeichne die letzten beiden Geraden und vergewissere dich, dass das auch stimmt!