

„Bi“ steht für zwei, „Nomen“ für Name. Bei binomischen Formeln geht es also um Ausdrücke mit zwei „Namen“  $a$  und  $b$ , die in verschiedener Kombination, bsp.  $ab^2$  oder  $a^2b^3$ , auftreten. Die Formeln kann man sich jederzeit selbst überlegen, indem man einfach ausmultipliziert („das mal das plus das mal das plus ...“). Wegen des Ausmultiplizierens gibt es einen sehr engen Zusammenhang mit der Kombinatorik. Mehr dazu am Ende des Schuljahres.

**STATION 1\*:**

Beginnen wir mit *Binomischen Formel ersten Grades*:

$$(a + b)^1 = a + b$$

Diese Formel sieht sehr einfach aus, ist aber schon eine binomische Formel:  $a$  und  $b$  sind dabei reelle Zahlen und fungieren so als Platzhalter. **Es ist nicht schlimm, wenn man für sie negative Zahlen einsetzt!** Rechnet man weiter, muss nur auf die Vorzeichen geachtet werden.

**STATION 2\*:**

Erhöhen wir den Exponenten auf 2. Dann spricht man von der *binomischen Formel 2. Grades*:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Jetzt vergewissern wir uns nochmal, dass man negative Zahlen einsetzen darf ( $a=1, b=-2$ ):

$$(1 + (-2))^2 = 1^2 + 2 * 1 * (-2) + (-2)^2 = 1 - 4 + 4 = 1$$

Und eigentlich hätten wir auch gleich die allererste Klammer vereinfachen können! Denn

$$(1 + (-2))^2 = (1 - 2)^2 = (-1)^2 = 1$$

Es war ja nur ein Beispiel!

**ÜBUNGEN\*:**

Berechne diese Binome zweiten Grades:

i)  $(1 + 4)^2$

ii)  $(2 + x)^2$

iii)  $(2 - x)^2$

iv)  $(x - 2)^2$

v)  $(x + b)^2$

vi)  $(x - (-3))^2$

vii)  $(x + 4)^2$

viii)  $(x + 0)^2$

**STATION 3\*\*:**

Aber die binomischen Formeln sind für beliebige natürliche Hochzahlen definiert! Zur Übersicht sei nur die binomische Formel dritten Grades angegeben, mehr braucht man in der Schule eigentlich nicht. Auch diese Formel kann man sofort nachweisen, wenn man stupide ausmultipliziert!

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

Auch hier kann man wieder negative Zahlen einsetzen. Dann drehen sich beim Ausrechnen wieder Vorzeichen herum. Ein Beispiel wäre dieses:

$$(x - 2)^3 = x^3 + 3x^2(-2) + 3x(-2)^2 + (-2)^3 = x^3 - 6x^2 + 12x - 8$$

Und man sieht, dass im zweiten und im letzten Summanden das Minus steht.

**ÜBUNGEN\*:**

Berechne nacheinander diese Binome dritten Grades:

i)  $(1 + 4)^3$       ii)  $(x + 2)^3$       iii)  $(2 - x)^3$       iv)  $(x - 2)^3$

**ÜBERSICHT BINOMISCHE FORMELN FÜR DIE SCHULE:**

Für beliebige reellen Zahlen  $a$  und  $b$ :

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

Die erste Formel ist bewusst hervorgehoben, denn sie habt ihr als „**erste binomische Formel**“ kennen gelernt. Wer sich mehr merken will, kann sich für negatives  $b$  diese Formeln einprägen:

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

Auch hier ist die obere Formel als „**zweite binomische Formel**“ bekannt.

Noch eine weitere Formel – laut Schulmathematik ist das die „**dritte binomische Formel**“:

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$