

In dieser Stunde haben wir die beiden Fälle der vorausgegangenen Stunde besprochen und die Bedeutung einer Nullzeile besprochen. Außerdem haben wir aus „Faulheit“ die Kurznotation der Matrixschreibweise eingeführt.

### Tafelbild

Wir kamen nach den Umformungen des Gaußverfahrens auf diese Gleichungen:

$$\begin{array}{l} (1) \\ (4) \\ (6) \end{array} \left( \begin{array}{ccc|c} 3 & -1 & 4 & 1 \\ 0 & -7 & 4 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right) \text{ „Nullzeile“}$$

Hier bringt (6) keine Info!

$$(4): 0x_1 - 7x_2 + 4x_3 = 4$$

$$-7x_2 = 4 - 4x_3$$

Setze  $x_3 = t \in \mathbb{R}$

$$\Rightarrow x_2 = -\frac{4 - 4x_3}{7}$$

$$\Rightarrow x_3 = t, x_2 = -\frac{4 - 4t}{7}$$

Man rollt sozusagen das Feld von hinten auf, genauso wie das auch mit einer echten Lösung beim Gaußverfahren war! Hat man  $x_2$  (und  $x_3 = t$ ) bestimmt, dann setzt man dies in Gleichung (1) ein und erhält den Lösungsvektor  $x$  (siehe rechte Tafelseite):

$$(1): 3x_1 - 1 \cdot \left( -\frac{4-4t}{7} \right) + 4 \cdot t = 1 \quad | -4t$$

$$3x_1 + \frac{4-4t}{7} = 1 - 4t \quad | -\frac{4-4t}{7}$$

$$3x_1 = 1 - 4t - \frac{4-4t}{7}$$

$$= 1 - 4t - \frac{4}{7} + \frac{4}{7}t = 1$$

$$3x_1 = \frac{3}{7} - \frac{24}{7}t \quad | :3 \quad \rightarrow x_1 = \frac{1}{7} - \frac{8}{7}t$$

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} \frac{1}{7} - \frac{8}{7}t \\ -\frac{4-4t}{7} \\ t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{7} - \frac{8}{7}t \\ \frac{4}{7} + \frac{4}{7}t \\ t \end{pmatrix}$$

Diesen Lösungsvektor kann man dann noch „sortieren“ und zwar nach normalen Zahlen und Vielfachen von  $t$ . Die beiden Teile spaltet man in zwei Vektoren auf (das geht wegen der einfachen Vektoraddition) und schließlich zieht man beim zweiten Vektor das  $t$  nach vorne (denn alle Einträge haben diesen Faktor ja gemeinsam). Es ergibt sich (anschaulich klar) eine Geradengleichung!

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} \frac{1}{7} - \frac{8}{7}t \\ -\frac{4-4t}{7} \\ t \end{pmatrix}, t \in \mathbb{R}$$

$$= \begin{pmatrix} \frac{1}{7} - \frac{8}{7}t \\ -\frac{4}{7} + \frac{4}{7}t \\ t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{7} \\ -\frac{4}{7} \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -\frac{8}{7}t \\ \frac{4}{7}t \\ t \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} \frac{1}{7} \\ -\frac{4}{7} \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -\frac{8}{7} \\ \frac{4}{7} \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$x_1 = \frac{1}{7} - \frac{8}{7}t$$

Dann gab es die HA:

HA: → Bestimme die Lösungsmenge!

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & | & 2 \\ 3 & 1 & 2 & | & 1 \\ 4 & 1 & 3 & | & 3 \end{pmatrix}$$

→ S. 267, 4c

→ S. 314, 9a & 10

→ 2. Fall alleine durchrechnen!

Zur Aufgabe 4c haben wir schon die passende Matrix notiert:

$$\begin{pmatrix} (1) & 1 & 2 & 3 & | & 4 \\ (2) & 2 & 0 & 1 & | & 3 \\ (3) & 0 & -4 & -5 & | & -5 \end{pmatrix}$$

Das ist ja gerade der Witz vom Gaußverfahren; mit ihm lassen sich geometrische Schnittprobleme ziemlich einfach lösen!