EI 9a 2011-12	MATHEMATIK 2. Arbeit – Lösung	$log_4(64) = log_4(4^3) = 3 \cdot log_4(4) = 3 \cdot 1 = 3$

1. Aufgabe – OHNE GTR! **(2 Punkte)**
Vereinfache!

a) $\frac{\sqrt{a^2b^2}}{(ab)^2}$ b) $(3^{-2})^{-2}$ c) $\sqrt{\sqrt{9^2}}$

Zu a): Wir schreiben die Wurzel als Hochzahl: (a²b²)1/2. Dann muss man sehen, dass a²b² = (ab)² ist. Danach hat man also (ab)² hoch 1/2. Hochhoch bedeutet, dass wir 2 mal 1/2 rechnen müssen. Also ist das Ergebnis oben $(ab)^1$ = ab. Unten steht der Faktor zweimal da, es bleibt 1 geteilt durch ab stehen!

Zu b): Hochhoch bedeutet -2 mal -2, was 4 ist. Damit haben wir 3^4=81 zu rechnen.

Zu c): Ganz innen steht 9²=81. Davon sollen wir die Wurzel ziehen. Das ist aber einfach 9. Nun sollen wir nochmal (äußere Wurzel!) wurzeln und dann erhalten wir 3.

2. Aufgabe – OHNE GTR! **(1 Punkt)**
Schreibe als Potenz!

a) $\sqrt[6]{7^4}$ b) $\sqrt{\frac{1}{x^4}}$

Zu a): $7^{6/4} = 7^{3/2}$.

Zu b): 1 durch x^4 schreiben wir als x^{-4} um. Dann die Wurzel: Die ist in Hochschreibweise „hoch 1/2". Also haben wir $(x^{-4})^{1/2}$. Hochhoch bedeutet multiplizieren von -4 und 1/2, was -2 ergibt. Also ist x^{-2} = 1/x² die Lösung.

3. Aufgabe – OHNE GTR! **(1 Punkt)**
Wie oft muss man die Zahl $\sqrt[4]{9}$ mit sich selbst malnehmen, um auf die Zahl 81 zu kommen?

Bevor man das beantwortet, kann man sofort sagen, dass diese Zahl 4mal mit sich selbst malgenommen genau 9 ergeben muss! Denn das ist die Definition der 4. Wurzel. Nun ist 9 mal 9 gerade 81. Und damit brauche ich 8 Faktoren!

4. Aufgabe – OHNE GTR! **(2 Punkte)**
Nimm zu der Aussage Stellung, dass die Zahl a³ immer größer als a ist, wenn a positiv ist.

Das ist so nicht immer richtig. a=1/2 hat a³ = 1/8, was kleiner ist. Es stimmt übrigens für alle Zahlen a>1, aber danach war nicht gefragt.

5. Aufgabe – MIT GTR! **(1 Punkt)**

Wie lang ist die Kantenlänge eines Würfels mit einem Volumen von 2000 cm^3?

Alle Seiten sind gleichlang, sagen wir a. Sonst ist es kein Würfel! Das Volumen V ist mit V gleich Breite mal Höhe mal Länge in diesem Fall $V=a^3$. Nun ist V=2000 (cm^3), also muss a=drittelWurzel(2000) sein. Der GTR sagt uns a ≈ 12,6cm.

6. Aufgabe – MIT GTR! **(2 Punkte)**

Erläutere, wie du mit dem Taschenrechner die Gleichung $4^x = 5$ gelöst bekommst.

Man wendet log auf beide Seiten an. Dann hat man $\log(4^x)=\log(5)$. $\log(4^x)$ ist aber nach einer log-Rechenregel $x\cdot\log(4)$. Damit hat man $x\cdot\log(4)=\log(5)$ und das Ergebnis ist $x= \log(5)/\log(4)$. Der GTR liefert gerundet 1,16. Kurz gesagt teilt man den Zehnerlog von 5 durch den Zehnerlog von 4 und gut ist.

7. Aufgabe – OHNE GTR! **(4 Punkte)**

Vereinfache die folgenden Ausdrücke:

a) $\frac{log_3(27)}{log_{27}(3)}$ b) $log_{a^2}(a)$ c) $\frac{log_{32}(1)}{log_2(32)}$ d) $\frac{log_7(8)}{log_7(2)}$

Diese Aufgaben haben es richtig in sich!

Zu a): 3 hoch wieviel gibt 27?! Das ist 3. Damit wissen wir, was der Zähler (also das oben) ist. Durch was teilen wir aber diese 3? Durch die Zahl, die man als Hochzahl braucht, um von 27 auf 3 zu kommen. Das ist gerade umgedreht zu unserer vorherigen Überlegung die 3. Wurzel aus 27! Das ist 1/3 als Hochzahl! Also teilen wir 3 durch 1/3, was 9 ist, denn 3 durch 1/3 kannst du als Doppelbruchrechnen. Oder du denkst dir: Anstelle DURCH 1/3 nehme ich MAL 3, dem Kehrwert von 1/3…

Zu b): a^2 hoch 1/2 ist wegen der Hochhoch-Rechenregel einfach a. Die Lösung ist also 1/2.

Zu c): Oben suchen wir die Zahl, die man braucht um von 32 auf 1 zu kommen. Das ist die 0, denn $32^0 = 1$ nach Definition. Unten suchen wir die Zahl, mit der man 2 potenzieren muss, um auf 32 zu kommen, also $2^x=32$. Das ist 5, denn $2^3=8$ und das mal 2 ist 16 und das mal 2 ist 32. Wir haben als Lösung also 0/5 oder 0. Übrigens hätte man den Nenner, als das, was unter dem Bruch steht, gar nicht mehr ausrechnen brauchen, da oben sowieso eine 0 steht!

Zu d): Das ist richtig schwer! Erstens muss man sehen, dass $8=2^3$ ist. Dann muss man oben die Rechenregel anwenden, dass man $\log_7(2^3)$ als $3\cdot\log_7(2)$ schreiben darf. Wenn man das hat, kann man das uns unbekannte $\log_7(2)$ rauskürzen und hat 3. Sehr tricky!!!

8. Aufgabe – MIT GTR! **(5 Punkte)**

a) Berechne $(1{,}05)^1$, $(1{,}05)^2$, $(1{,}05)^3$ und $(1{,}05)^4$.

Das ist ganz nett; einfach tippseln. In dieser Reihenfolge findet man 1,05, dann gerundet 1,1. Dann etwa 1,16 und zuletzt gerundet 1,22.

b) Wann (also für welches x) wird $(1,05)^x=2$?

Das kann man durch Probieren mit dem GTR lösen. Besser ist aber, es mit x=log(2)/log(1,05) zu lösen (siehe Aufgabe 6). Dann ist x=14, wenn man auf ganze Zahlen rundet.

c) Du hast 1000€ mit einer Verzinsung von 5% pro Jahr angelegt. Wie lange musst du warten, bis sich deine Geldanlage auf 2000€ verdoppelt hat? Wie lange dauert es, bis du Millionär wirst?

Eine Verzinsung von 5% entspricht genau einem Faktor von 1,05. Wieso ist dem so? Denn du hast nach einem Jahr 100% und zusätzliche 5%. Das sind 105%, was 105/100=1,05 ist. Dabei ist wurscht, was die 100% sind! Jedes Jahr musst du mal 1,05 rechnen!

Nun fragen wir uns also, welches x diese Gleichung löst: $2000 = 1000 \cdot (1,05)^x$. Jetzt teilen wir durch 1000 und merken vielleicht, dass wir gerade auf Teil b) gestoßen sind! x=14 Jahre!

Bis ich Millionär bin, muss ich das x finden, welches diese Gleichung löst:

$$1.000.000 = 1.000 \cdot (1,05)^x.$$

Teilt man durch 1000, stellt sich die Frage, wann $1000 = (1,05)^x$ ist. Mit dem Rechentrick aus Aufgabe 6 berechnen wir x=log(1000)/log(1,05)=141,6. Man wäre nach 142 Jahren Millionär!