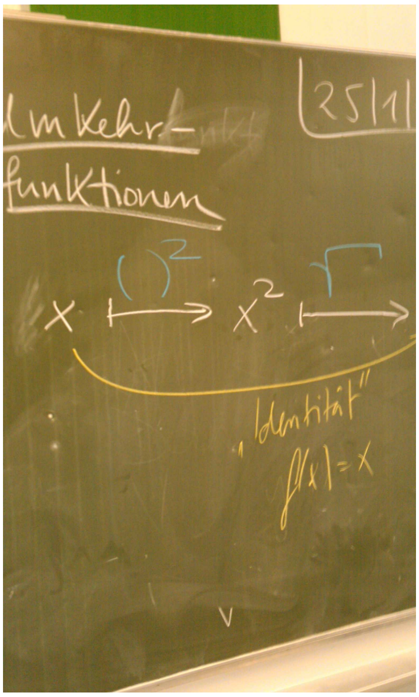
EI M5 2010-11	MATHEMATIK Stunde vom 25.01.2011	ln'(x)=1/x

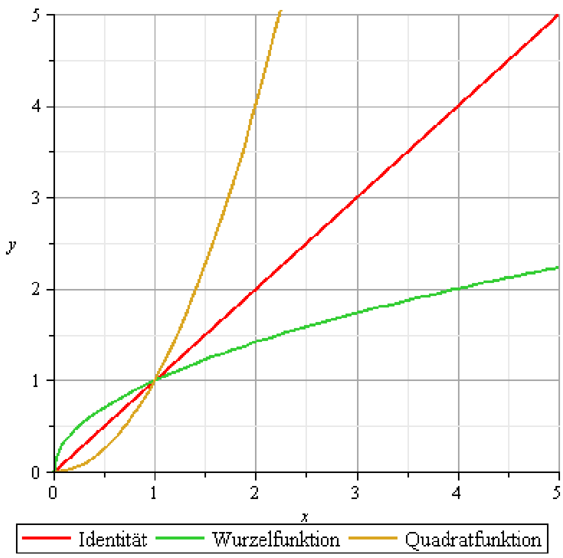
In dieser Doppelstunde haben wir uns ganz allgemein mit Umkehrfunktionen beschäftigt. Wir konnten dadurch die „Gegenfunktion" zu e^x bestimmen!

Tafelbild

Die Grundüberlegung ist diese: Du hast eine Funktion, die etwas macht. Bspw. x wird zu x^2. Nun gibt es eine Funktion, die dieses x^2 wieder rückgängig macht. Das wäre dann die Quadratwurzel. Insgesamt passiert dann gar nichts und x landet wieder auf x:



f(x)=x wird auch die Identität genannt, weil sie ja alle x-Werte auf sich selbst abbildet und sozusagen „in Ruhe lässt". Schaut man sich die Schaubilder der drei Funktionen an, stellt man Überraschendes fest:

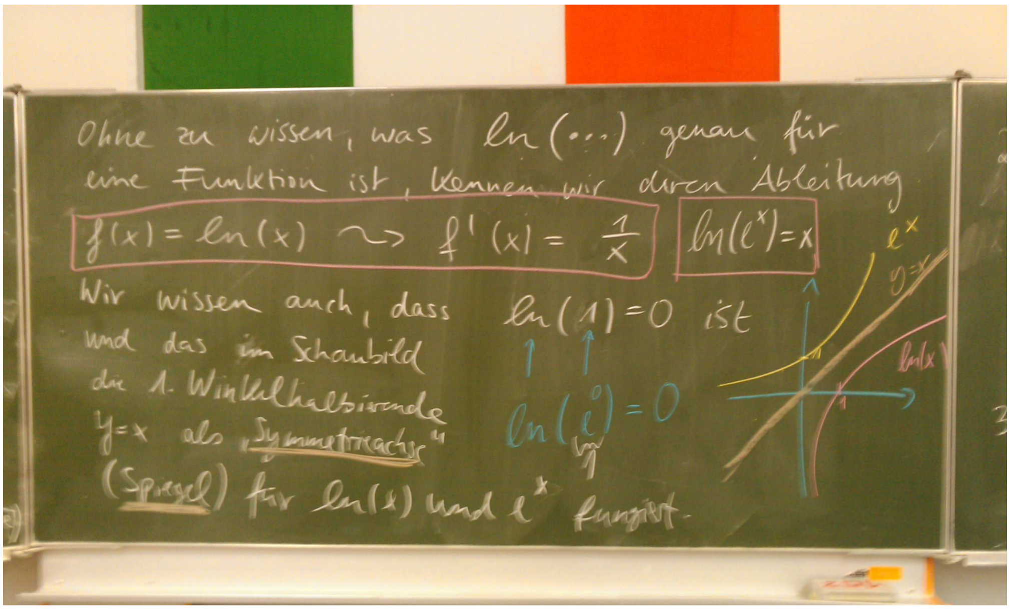


Die Identität y=x (= die 1. Winkelhalbierende) ist eine Symmetrieachse der beiden Funktionen, die sich gegenseitig gerade aufheben. Ist das immer so? Ja! Noch etwas: Wenn man die beiden Funktionen nacheinander ausführt, also:

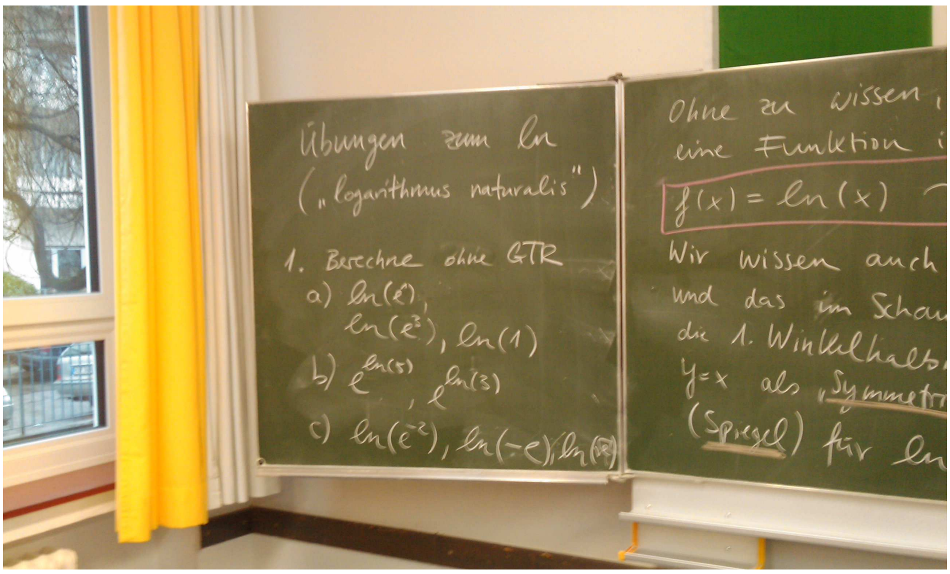
$$u(v) = \sqrt{v} \quad bzw. \quad v(x) = x^2, \; so\ gilt\ f(x) = u\big(v(x)\big) = x.$$

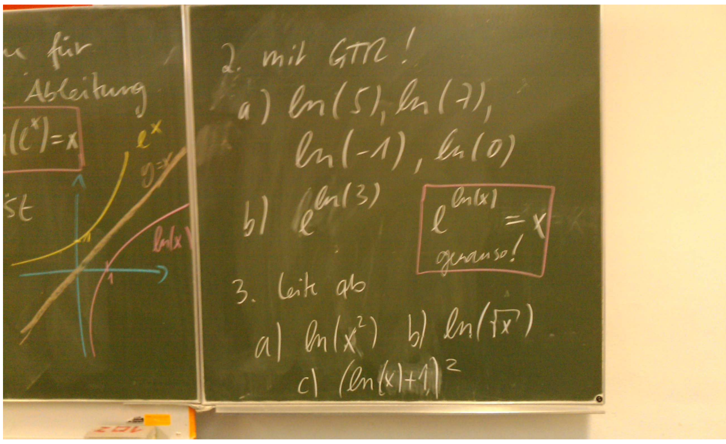
Eigentlich könnten wir für diese Verkettung einmal die Kettenregel anwenden?! Es sind dann $u`=1/2 \cdot v^{-1/2}$ und $v`=2x$. Insgesamt ist dann $f' = u'{\cdot}v' = 1/2{\cdot}(x^2)^{-1/2} \cdot 2x$. Und wenn man mit Hochzahlen rechnen kann, sieht man, dass $(x^2)^{-1/2}$ einfach $1/x$ ist! Dann ist aber $f`=1/2*1/x*2x=1$. Das sollte uns nicht wundern, weil f(x) ist ja nur die Identität f(x)=x und das abgeleitet gibt eben 1!

Mit diesem Trick haben wir dann die Ableitung des ln(x) bestimmt:



Mit dem ln(x), der die e-Funktion aufhebt, rechnet man genauso wie mit dem log(x), der bei 10^x das „10 hoch" aufhebt. Dazu habt ihr Übungen gemacht:





Wir haben uns auch hier noch einmal die Schaubilder angesehen und wieder war y=x die Symmetrieachse: