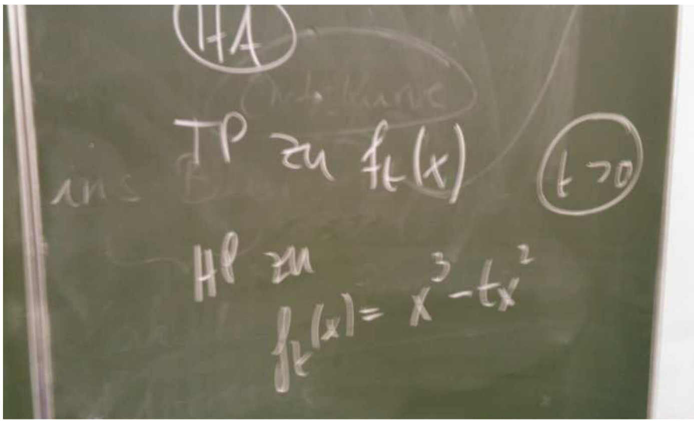
EI M5 2010-11	*MATHEMATIK* Stunde vom 09.11.2010	**t**

In dieser Stunde haben wir begonnen, uns mit Paramtern in Funktionen zu beschäftigen.

Tafelbild

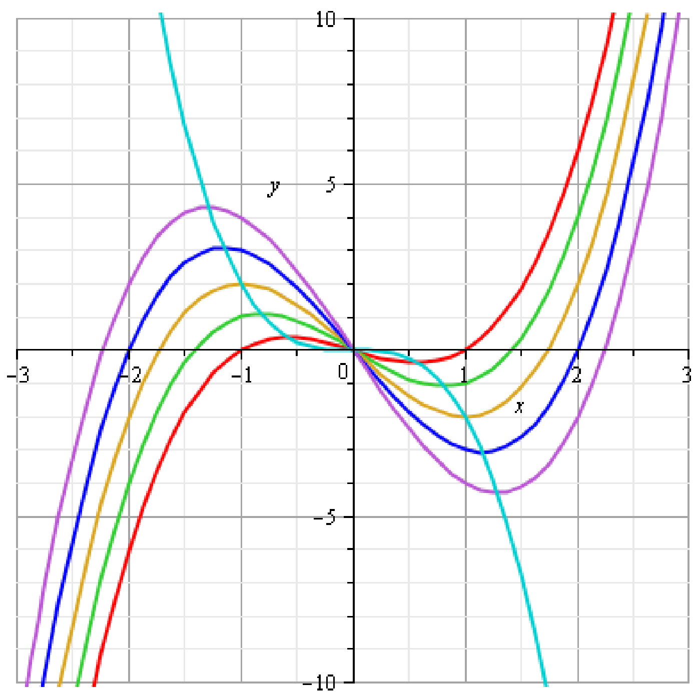
Am Ende der Stunde steht diese Hausaufgabe:



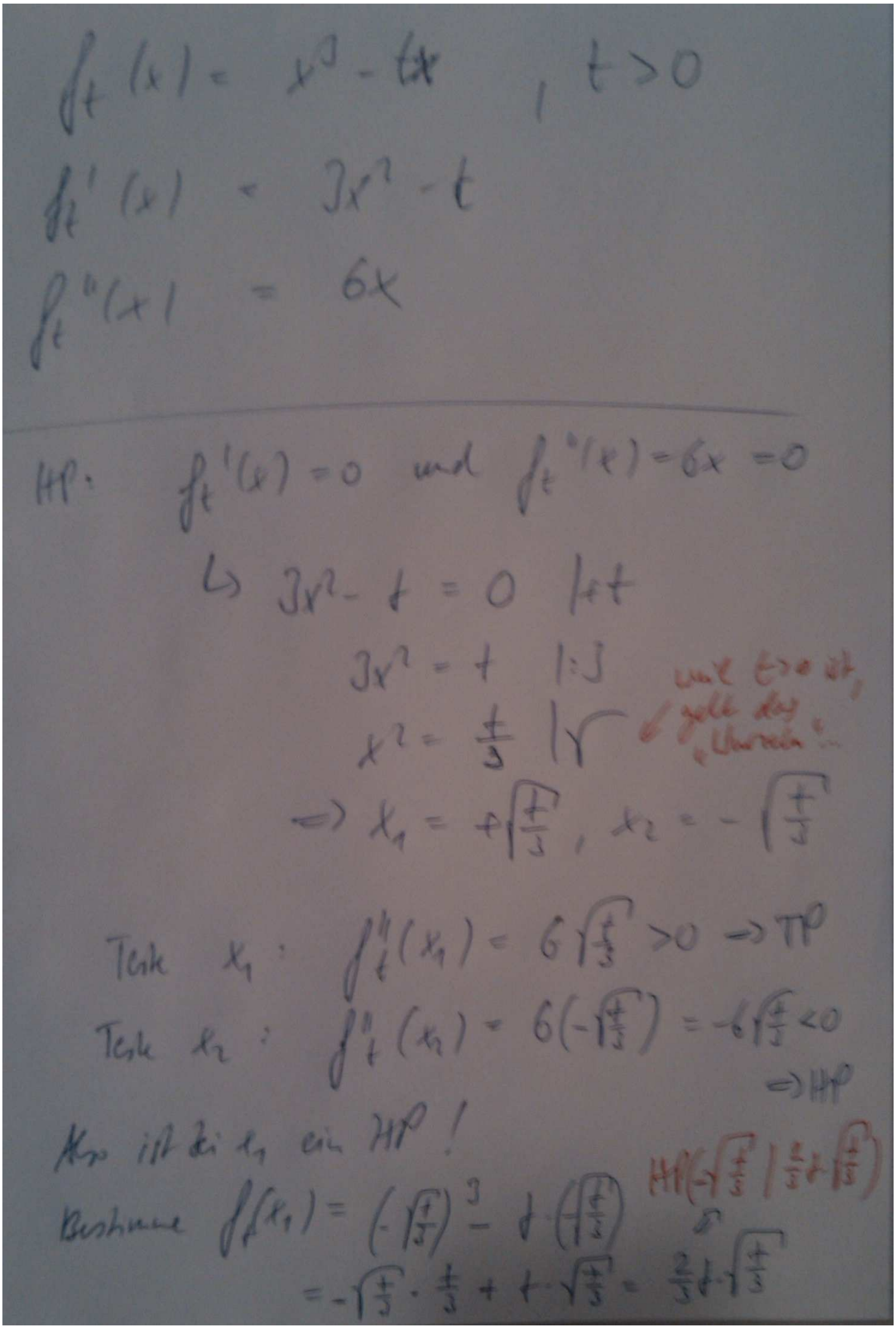
Davor haben wir über Parameter gesprochen. Wir haben mit mehreren einfachen Aufgaben begonnen und dabei gesehen, dass manche Änderungen am Funktionsterm sofort zu sehende Folgen haben.

Eines der Beispiele war die Funktionenschar $f_t(x) = x^3 - tx$, wobei t ein beliebiger, aber fester Wert ist. Wobei wir uns als Einschränkung t>0 vorgegeben haben. t=-5 ist also nicht erlaubt. Unten eine Maplezeichnung für t=1,2,3,4,5. Außerdem ist noch $f(x)=-2x^3$, die Ortskurve, eingetragen.

$plot([x^3 - x, x^3 - 2x, x^3 - 3x, x^3 - 4x, x^3 - 5x, -2x^3], x=-3..3, y=-10..10, gridlines, thickness = 2);$



Wir haben entdeckt, dass für verschiedene t der Hochpunkt wandert. Interessanterweise bewegt er sich dabei auf der sogenannten Ortskurve. Wie man die findet, kommt noch. Dass man den Hochpunkt allgemein bestimmen kann, haben wir geprüft:



$f_t(x) = x^3 - tx \quad , t > 0$

$f_t'(x) = 3x^2 - t$

$f_t''(x) = 6x$

HP: $f_t'(x) = 0$ und $f_t''(x) = 6x = 0$

↳ $3x^2 - t = 0 \quad |+t$

$3x^2 = t \quad |:3$

$x^2 = \frac{t}{3} \quad |\sqrt{\ }$ weil $t>0$ ist, geht das Wurzeln!

$\Rightarrow x_1 = +\sqrt{\frac{t}{3}}, \; x_2 = -\sqrt{\frac{t}{3}}$

Teste x_1: $f_t''(x_1) = 6\sqrt{\frac{t}{3}} > 0 \Rightarrow TP$

Teste x_2: $f_t''(x_2) = 6\left(-\sqrt{\frac{t}{3}}\right) = -6\sqrt{\frac{t}{3}} < 0$

$\Rightarrow HP$

Also ist da x_1 ein HP!

Bestimme $f_t(x_1) = \left(-\sqrt{\frac{t}{3}}\right)^3 - t \cdot \left(-\sqrt{\frac{t}{3}}\right)$ $\quad HP\left(-\sqrt{\frac{t}{3}} \,\middle|\, \frac{2}{3}t\sqrt{\frac{t}{3}}\right)$

$= -\sqrt{\frac{t}{3}} \cdot \frac{t}{3} + t \cdot \sqrt{\frac{t}{3}} = \frac{2}{3}t\sqrt{\frac{t}{3}}$