EI 10c M 2009-10	*Mathematik* Stunde vom 26.01.2010	„Sehr gut“ und „mangelhaft“ ergibt „befriedigend“ ?!

In dieser Stunde haben wir über den Median, den Durchschnitt und den Erwartungswert gesprochen. Zusammengefasst haben wir festgestellt, dass das Verrechnen von Noten mit dem Durchschnitt keinen mathematischen Sinn macht, da Noten als Wörter definiert sind und „+“ und „·“ nur für Zahlen Sinn machen… Wieso Noten trotzdem so verrechnet werden, ist mir ehrlich gesagt nicht klar.

DER DURCHSCHNITT
Der Durchschnitt Ø wird wie folgt gebildet: Ist uns eine Zahlenfolge vorgelegt, dann addieren wir alle Einzelzahlen und teilen die so entstandene Summe (wieder eine Zahl!) durch die Anzahl der Einzelzahlen. **Am Beispiel versteht man sofort, was gerade formuliert wurde!**

BEISPIEL ZUM DURCHSCHNITT
Du hast mit einem Würfel nacheinander diese Zahlen geworfen: 1, 3, 3, 6, 1, 3, 4, 1. Der Durchschnitt ist dann (1+3+3+6+1+3+4+1)/8, was 22/8 oder einfach Ø=2,75 entspricht.

DER ERWARTUNGSWERT
Der Erwartungswert E entspricht eigentlich dem Durchschnitt, meint aber etwas anderes. Er ist der Wert, den ich durchschnittlich (!) erwarten „darf“ **… auch hier wieder: Ein Beispiel hilft!**

BEISPIEL ZUM ERWARTUNGSWERT
Du hast ja mit deinem Würfel nacheinander diese Zahlen geworfen: 1, 3, 3, 6, 1, 3, 4, 1. Jetzt „ziehst“ du eine Zahl aus dieser Zahlenfolge. Du könntest zum Beispiel Zettel mit deinen Zahlen beschreiben und in eine Lostrommel werfen oder so. Dann wäre die gezogene Zahl dein Ergebnis. Erwarten würdest du im Schnitt eine 2,75. Nie, aber auch nie, würdest du die Zahl 2,75 ziehen können, denn sie befindet sich ja gar nicht im Lostopf! Aber erwarten würdest du im Schnitt diese Zahl. Der Erwartungswert E=2,75 entspricht hier dem Durchschnitt Ø =2,75.

KOMPLIZIERTERE BEISPIELE ZUM ERWARTUNGSWERT
Nun haben wir noch gar keine Formel für den Erwartungswert! Diese lautet: Der Erwartungswert ist die **gewichtete Summe** aller Einzelereignisse. Bei einem sechsseitigen Würfel errechnen wir nun mal den Erwartungswert. Die 1 fällt zu 1/6, die 2 und alle weiteren Zahlen bis 6 ebenfalls. Somit gilt: $E=1/6\cdot\mathbf{1}+1/6\cdot\mathbf{2}+1/6\cdot\mathbf{3}+1/6\cdot\mathbf{4}+1/6\cdot\mathbf{5}+1/6\cdot\mathbf{6}=3{,}5$. Nehmen wir nun einen Würfel mit vier Seiten und den Zahlen 1, 2, 3, 3. Dann ist $E=1/4\cdot\mathbf{1}+1/4\cdot\mathbf{2}+2/4\cdot\mathbf{3}$. Hier ist die 4 zweifach gewichtet! Es ergibt sich dann E=9/4=2,25. Hier hätte man vielleicht mit dem Durchschnitt der Zahlen 1, 2, 3 auf 2 kommen können, wenn man die Gewichtung übersieht…

DER MEDIAN
Der Median m wählt aus einer **geordneten** Liste von Objekten den mittleren Eintrag aus. Wie man ordnet, bleibt einem überlassen. Gibt es keinen mittleren Eintrag, weil die Liste eine gerade Anzahl von Einträgen besitzt, wird der Durchschnitt der beiden mittleren Einträge gewählt.

BEISPIEL ZUM MEDIAN

Die Zahlen 1, 3, 3, 6, 1, 3, 4, 1 sortiere ich mal nach der Größe. Dann ergibt sich 1, 1, 1, 3, 3, 3, 4, 6. Die Liste hat 8 Elemente, also muss ich zwei mittlere Werte haben. Es sind 3 und 3. Der Durchschnitt ist 3, also gilt m=3. Ich hätte die Liste auch anders sortieren können. Zum Beispiel sortiere ich jetzt nach dem Alphabet: Drei kommt vor der Eins, dann die Sechs und zuletzt die Vier: 3, 3, 3, 1, 1, 1, 6, 4. Hier wäre der Median der Schnitt von 1 und 1, also m=1.

FAZIT

Der Durchschnitt operiert auf Zahlen, genauso wie der Erwartungswert. Solange man Zahlen hat, funktioniert die Rechnung. Allerdings kann es schon „Probleme" geben wie bei unserem Zahlenziehen. Da war der Erwartungswert E=2,75. Diese Zahl gibt es auf dem Würfel eigentlich gar nicht! Nehmen wir aber Wörter wie „Sehr gut", „Gut", „Befriedigend", „Ausreichend", „Mangelhaft" und „Ungenügend" wird es noch schlimmer. Wie bilde ich den Durchschnitt von „Sehr gut" und „Mangelhaft"?! Eine Addition wäre vielleicht „Sehr gut mangelhaft" und die Hälfte davon dann „Halb so sehr gut mangelhaft" oder was?!