EI 10c M 2009-10	*MATHEMATIK* Übungsblatt (23. April 2010)	Kein  ?

Da ich heute nicht da bin, hast du die Möglichkeit, zu üben ☺
Bitte löse die Aufgaben nachvollziehbar und leserlich, da ich sie am Dienstag einsammeln werde und dir korrigiert und kommentiert am Freitag in einer Woche wieder austeile. Ich möchte dir damit eine Rückmeldung geben, was klappt und was vielleicht noch nicht. Helft euch bitte gegenseitig! Versuche, alle Aufgaben zu lösen! Das Blatt hat eine Rückseite… ☺

Aufgabe 1
Hausaufgabenkontrolle! Was sagen nun Funktion, 1. Ableitung („die Ableitung") und 2. Ableitung („die Ableitung der Ableitung") nochmal aus? Vergleiche und korrigiere, wenn nötig, deinen Aufschrieb mit dem Nachbarn.

f — Funktion, weist jedem x ein y zu und liefert Punkte P(x|y).

f' — Ableitungsfunktion (kurz: „Ableitung" oder besser „Erste Ableitung"), weist jedem x eine Steigung m=f'(x) zu. Nullstellen von f' können Extremstellen der Funktion f sein.

f'' — Ableitungsfunktion der Ableitungsfunktion (kurz: „Zweite Ableitung"). Sie hat eine Anschauung und entspricht der Krümmung von f.
f''(x) ist die Krümmung der Kurve der Ausgangsfunktion f in einem Punkt P(x|y). Große Werte von f'' bedeuten eine starke Krümmung, kleine Werte eine schwache. Ist f''(x)=0, so ist die Funktion für x gar nicht gekrümmt, was einem geraden Stück entspricht. Noch ein Zusatz: Man spricht von einer positiven Krümmung, wenn f''>0 gilt. Das enspricht einer Linkskurve. Daher noch unser neues Kriterium „in kurz":

a) Formuliere noch einmal die beiden möglichen Kriterien, wann bei Nullstellen der ersten Ableitung auch lokale Extremstellen der Ausgangsfunktion f vorliegen!
b) Buch S. 55, Aufgabe 3. Bestimme hier alle Kandidaten für Hoch- und Tiefpunkte. Überprüfe mit beiden oben formulierten Kriterien, welcher Art diese Kandidaten sind. Also ob lokales Maximum, Minimum oder „weder-noch" (dann heißt das „Sattelpunkt"). Für alle, die das Buch nicht dabei haben:

3 a) $f(x) = x^3 - 2x$ b) $f(x) = x^3 - 2x - 5$ c) $f(x) = 3x^3$
d) $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{4}x^3 - x^2$ e) $f(x) = -\frac{1}{4}x^4 + x^3 - 4$ f) $f(x) = (x^2 - 1)^2$

Aufgabe 2
Buch S. 57, Aufgabe 12. *Tipp:* ***v'*** *meint hier die Beschleunigung* ***a.*** Auch hier die Aufgabe als Bild:

12 Fig. 1 zeigt das Geschwindigkeits-Zeit-Diagramm bei einer Busfahrt.
a) Wie bemerkt man im Innern des Busses einen Hoch-, Tief- oder Sattelpunkt?
b) Wie bemerkt man Bereiche mit positiver bzw. negativer Änderungsrate v'?

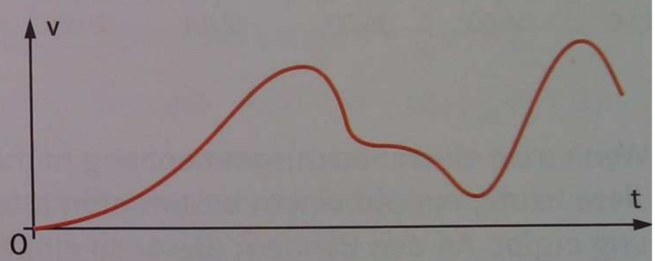

Fig. 1

Aufgabe 3

a) Leite die Funktionen von Buch S. 56, Bist du sicher? – Aufgabe 1 nur mit Hilfe des GTR ab! *Tipp: nDeriv(Funktion(X), X).*

b) Leite dieselben Funktionen mit dem GTR zweimal ab. *Tipp: Bilde die Ableitung der Ableitung.* Überprüfe anschließend „per Hand“, also indem du mit unseren Regeln ableitest.

Auch hier wieder die Aufgabe:

Bist du sicher?

1 Bestimme alle lokalen Maxima und Minima von f mithilfe der Ableitung. Bestätige die gefundenen Werte mit dem GTR. Zeichne den Graphen von f in dein Heft und markiere Hoch-, Tief- und Sattelpunkte.

a) $f(x) = x^2 + 2x$

b) $f(x) = x^4 - 4x^3 + 4x^2$

c) $f(x) = \frac{1}{2}x^3 - 3x + 2$

2 In Fig. 1 ist der Graph der Ableitung f′ der Funktion f skizziert.
Gib die x-Koordinaten der Hoch-, Tief- und Sattelpunkte des Graphen von f an.

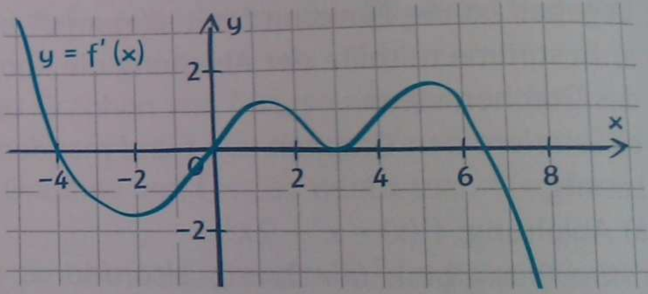

Fig. 1

Aufgabe 4 (schwer!)

Gegeben sind $f(x) = x^3 - x$ und $g(x) = x-1$. Finde eine Funktion h mit h(x) = ???, für die gilt:

$$\mathbf{f(x) = g(x) \cdot h(x) \qquad (I)}$$

Tipp: Beginne mit $g(x) \cdot h(x)$, was ja (x-1)(???) ist. Du weißt aber, dass x^3-x herauskommen soll. Du brauchst für ??? eine quadratische Gleichung **(wieso?)**, die du nicht genauer kennst. Also schreibt man zuerst einmal ax^2+bx+c für h(x), ohne zu wissen, was a,b und c für Werte sind. Nun musst du „nur noch“ ausmultiplizieren. Probier es aus! Wie sieht am Ende h(x) aus oder anders gefragt, welche Zahlen muss man für a, b und c einsetzen, damit die Gleichung **(I)** stimmt?

Aufgabe 5

Überlege dir für Buch S.63, Aufgaben 1 und 2, wie sich die Funktionswerte verhalten. Damit ist gemeint: Wachsen sie für „sehr große“ Zahlen, die du für x einsetzt? Schrumpfen sie gegen Null? Oder werden sie vom Betrag sehr groß, aber negativ? Wie ist es mit „sehr großen“ negativen Zahlen für x? Auch hier wieder die Aufgabe:

1 Gegeben ist eine Funktion f. Überlege, welches Vorzeichen f(100 000) und f(−100 000) haben.
Überprüfe deine Ergebnisse mit dem GTR.

a) $f(x) = -100x^2 + 0{,}01x^5$

b) $f(x) = x^2 - \frac{3}{x}$

c) $f(x) = x^3 - 0{,}25x^4$

d) $f(x) = 250 - x^3$

e) $f(x) = -\frac{3}{x^{10}} + x$

f) $f(x) = x^4 - \frac{1}{x^4}$

2 Untersuche das Verhalten der Funktionswerte von f für $x \to \pm\infty$.

a) $f(x) = -2x^2 + 4x$

b) $f(x) = -3x^5 + 3x^2 - x^3$

c) $f(x) = 0{,}5x^2 - 0{,}5x^4$

d) $f(x) = 5 - 7x^2 + 2x^3$

e) $f(x) = 10^{10} \cdot x^6 - 7x^7 + 25x$

f) $f(x) = x^{10} - 2^{25} \cdot x^9$